SUR LA COURBE MODULAIRE $X_{\mathrm{nd\acute{e}p}}(11)$

EMMANUEL HALBERSTADT

Abstract. La courbe modulaire $X_{\mathrm{nd\acute{e}p}}(11)$ classifie les courbes elliptiques E telles que l'image de la représentation de Galois dans le groupe des points de 11-torsion de E soit contenue dans le normalisateur d'un sous-groupe de Cartan non déployé. On sait que $X_{\mathrm{nd\acute{e}p}}(11)$ est de genre 1. Nous donnons ici une paramétrisation de cette courbe par une certaine courbe elliptique sur $\mathbb{Q}$, de conducteur 121. Nous en déduisons des exemples explicites de couples de courbes elliptiques sur $\mathbb{Q}$ non isogènes sur $\mathbb{Q}$ mais donnant des représentations de Galois modulo 11 symplectiquement isomorphes.

The modular curve $X_{\mathrm{nd\acute{e}p}}(11)$ (or $X_{\mathrm{nonsplit}}(11)$) classifies the elliptic curves E such that Galois acts on the group of 11-torsion points of E through the normaliser of a non-split Cartan subgroup. It is known that this curve has genus 1. We give here a parametrisation of this curve by a certain elliptic curve over $\mathbb{Q}$ with conductor 121. As an application, we give explicit examples of couples of elliptic curves over $\mathbb{Q}$ nonisogenous over $\mathbb{Q}$ but giving symplectically isomorphic modulo 11 Galois representations.