POLYNÔMES PRENANT DES VALEURS PREMIÈRES

FRANÇOIS DRESS AND MICHEL OLIVIER

ABSTRACT. On décrit, essentiellement pour les polynômes du second degré, deux modèles heuristiques probabilistes donnant le nombre k de valeurs premières prises par ces polynômes sur un intervalle de n valeurs consécutives de la variable. Le premier modèle est consacré au cas $k = n$ et fait apparaître un "mur de Schinzel", d'ordre de grandeur n^n, en-dessous duquel l'évènement "n valeurs premières pour n valeurs consécutives de la variable" est statistiquement exceptionnel, et au-dessus duquel il est statistiquement fréquent s'il n'y a pas d'obstruction arithmétique. Le deuxième modèle est consacré au cas $k < n$ et est fondé sur une loi binomiale avec avec une probabilité qui dérive de la constante de Hardy-Littlewood. Pour ce modèle comme pour le précédent, les expérimentations numériques présentent une concordance satisfaisante. Ce travail est complété par une table des meilleurs polynômes trouvés jusqu'à $n = 40338$. Enfin, on donne des résultats numériques pour les polynômes de degré 3, 4 et 5.

We describe two heuristic probabilistic models that give the number k of prime values of quadratic polynomials on an interval of n consecutive values of the variable. The first model is devoted to the case $k = n$ and reveals a "Schinzel barrier", of size n^n: below this barrier, the event "n prime values for n consecutive values of the variable" is statistically exceptional, and above, it is statistically frequent provided that there is no arithmetic obstruction. The second model is devoted to the case $k < n$ and is based on a binomial law with a probability deriving from the Hardy–Littlewood constant. For both models, numerical experiments show a satisfactory similarity. This work is illustrated with a list of the best polynomials found for $n \leq 40338$. We also give some numerical results for polynomials of degree 3, 4 and 5.