Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **11** (1999), 91–109

Imbrications entre le théorème de Mason, la descente de Belyi et les différentes formes de la conjecture (abc)

par Michel LANGEVIN

Résumé. Soient $A, B, C = A + B$ trois éléments de l'ensemble $\mathbb{N}^*$ des entiers >0 (resp. $\mathbb{C}[X]$ des polynômes complexes) premiers entre eux ; on note $r(ABC)$ le produit des facteurs premiers (resp. le nombre des facteurs premiers dans $\mathbb{C}[X]$) du produit ABC. La conjecture (abc) énonce que, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $C_\varepsilon > 0$ pour lequel l'inégalité: $r(ABC) \geq C_\varepsilon S^{1-\varepsilon}$ (avec $S = \max(A, B, C)$) est toujours vérifiée. Le théorème de Mason établit l'inégalité, D (supposé > 0) désignant le plus grand des degrés des polynômes A, B, C : $r(ABC) \geq D + 1$. Les cas de triplets de polynômes où l'égalité $r(ABC) = D + 1$ est vérifiée sont reliés à de nombreux problèmes de théorie des nombres ; les triplets d'entiers qu'ils engendrent conduisent, modulo la conjecture (abc), à des minorations de $r(G(A, B))$ où $G \in \mathbb{Z}[X, T]$ est un polynôme homogène et A, B des entiers premiers entre eux ; dans ces constructions de polynômes et d'entiers, le théorème de Mason et son environnement jouent un rôle-clef.

Michel Langevin
Laboratoire A2X
Institut Mathématiques Bordeaux
351 cours de la Libération
F-33450 Talence Cedex
E-mail : lgv@math.u-bordeaux.fr