Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **11** (1999), 211–230

On a functional-differential equation related to Golomb's self-described sequence

par Y.-F.S. PÉTERMANN, J.-L. RÉMY, et I. VARDI

RÉSUMÉ. L'équation différentielle fonctionnelle $f'(t) = 1/f(f(t))$ a des liens étroits avec la suite auto-décrite F de Golomb,

$$\underbrace{1,}_{1,}\ \underbrace{2,2,}_{2,}\ \underbrace{3,3,}_{2,}\ \underbrace{4,4,4}_{3,}\ \underbrace{5,5,5,}_{3,}\ \underbrace{6,6,6,6,}_{4,}\cdots.$$

Nous décrivons les solutions croissantes de cette équation. Nous montrons qu'une telle solution possède nécessairement un point fixe non négatif, et que pour chaque nombre $p \geq 0$ il y a exactement une solution croissante ayant p pour point fixe. Nous montrons également qu'en général une condition initiale ne détermine pas une solution unique: les courbes représentatives de deux solutions croissantes distinctes se croisent en effet une infinité de fois. En fait, nous conjecturons que la différence de deux solutions croissantes se comporte de façon très similaire au terme d'erreur $E(n)$ dans l'expression asymptotique $F(n) = \phi^{2-\phi}n^{\phi-1} + E(n)$ (où ϕ est le nombre d'or).

Y.-F.S. PÉTERMANN
Université de Genève
Section de Mathématiques
2-4, rue du Lièvre, C.P. 240
CH-1211 Genève 24
SUISSE
E-mail : `peterman@sc2a.unige.ch`

Jean-Luc RÉMY
Centre de Recherche en Informatique de Nancy
CNRS et INRIA Lorraine
B.P. 239
F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex
FRANCE
E-mail : `Jean-Luc.Remy@loria.fr`

Ilan VARDI
IHES
35 route de Chartres
F-91440 Bures-sur-Yvette
FRANCE
E-mail : `ilan@ihes.fr`