*Journal de Théorie des Nombres*
*de Bordeaux* **13** (2001), 241–251

# Prime divisors of the Lagarias sequence

par PIETER MOREE et PETER STEVENHAGEN

RÉSUMÉ. Nous donnons une solution à un problème posé par Lagarias [5] en 1985, en déterminant sous GRH la densité de l'ensemble des nombres premiers qui sont des diviseurs de termes de la suite $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ définie par $x_0 = 3$, $x_1 = 1$ et la relation de récurrence $x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$. Cela donne le premier exemple d'une suite de récurrence d'ordre 2 qui n'est pas 'à torsion' pour laquelle on sait déterminer la densité associée des diviseurs premiers.

ABSTRACT. We solve a 1985 challenge problem posed by Lagarias [5] by determining, under GRH, the density of the set of prime numbers that occur as divisor of some term of the sequence $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ defined by the linear recurrence $x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$ and the initial values $x_0 = 3$ and $x_1 = 1$. This is the first example of a 'non-torsion' second order recurrent sequence with irreducible recurrence relation for which we can determine the associated density of prime divisors.

Pieter MOREE
Korteweg-de Vries Institute for Mathematics
Plantage Muidergracht 24
1018 TV Amsterdam
The Netherlands
*E-mail* : moree@wins.uva.nl

Peter STEVENHAGEN
Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden, P.O. Box 9512
2300 RA Leiden
The Netherlands
*E-mail* : psh@math.leidenuniv.nl

Manuscrit reçu le 20 décembre 1999.