Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 303–314

Prime divisors of linear recurrences and Artin's primitive root conjecture for number fields

par Hans ROSKAM

RÉSUMÉ. Soit S une suite définie par une récurrence linéaire entière d'ordre $k \geq 3$. On note P_S l'ensemble des nombres premiers qui divisent au moins l'un des termes de S. Nous donnons une approche heuristique du problème selon lequel P_S admet ou non une densité naturelle, et montrons que certains aspects de ces heuristiques sont corrects. Sous l'hypothèse d'une certaine généralisation de la conjecture d'Artin pour les racines primitives, nous montrons que P_S possède une densité asymptotique inférieure pour toute suite S "générique". Nous donnons en illustration des exemples numériques.

ABSTRACT. Let S be a linear integer recurrent sequence of order $k \geq 3$, and define P_S as the set of primes that divide at least one term of S. We give a heuristic approach to the problem whether P_S has a natural density, and prove that part of our heuristics is correct. Under the assumption of a generalization of Artin's primitive root conjecture, we find that P_S has positive lower density for 'generic' sequences S. Some numerical examples are included.

Hans ROSKAM
Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden
Postbus 9512, 2300 RA Leiden
The Netherlands
E-mail : roskam@math.leidenuniv.nl

Manuscrit reçu le 1er novembre 1999.