Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 395–411

Newforms, inner twists, and the inverse Galois problem for projective linear groups

par Luis. V. DIEULEFAIT

RÉSUMÉ. Nous reformulons de manière plus explicite les résultats de Momose, Ribet et Papier sur les images des représentations galoisiennes attachées à des newforms sans multiplication complexe, en nous restreignant aux formes de poids 2 et de caractère trivial. Nous calculons deux tels exemples de newforms, possédant une unique tordue conjuguée à la forme, et nous démontrons que pour tout nombre premier $\ell > 3$, l'image est aussi grosse que possible. Nous utilisons ce résultat pour prouver que les groupes $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{F}_{\ell^2})$ ($\ell \equiv 3, 5 \pmod 8$, $\ell > 3$) et $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{F}_{\ell^5})$ ($\ell \not\equiv 0, \pm 1 \pmod{11}$, $\ell > 3$) sont groupes de Galois sur $\mathbb{Q}$.

ABSTRACT. We reformulate more explicitly the results of Momose, Ribet and Papier concerning the images of the Galois representations attached to newforms without complex multiplication, restricted to the case of weight 2 and trivial nebentypus. We compute two examples of these newforms, with a single inner twist, and we prove that for every inert prime greater than 3 the image is as large as possible. As a consequence, we prove that the groups $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{F}_{\ell^2})$ for every prime $\ell \equiv 3, 5 \pmod 8$, $\ell > 3$, and $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{F}_{\ell^5})$ for every prime $\ell \not\equiv 0, \pm 1 \pmod{11}$, $\ell > 3$, are Galois groups over $\mathbb{Q}$.

Luis V. DIEULEFAIT
Dept. d'Algebra i Geometria
Universitat de Barcelona
Gran Via de les Corts Catalanes 585
08007 - Barcelona
Spain
E-mail : `luisd@cerber.mat.ub.es`

Manuscrit reçu le 8 septembre 1999.
supported by TMR - Marie Curie Fellowship ERB4001GT974451.