Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **14** (2002), 241–248

Classes de Steinitz d'extensions à groupe de Galois A_4

par Marjory GODIN et Bouchaïb SODAÏGUI

Résumé. Soient k un corps de nombres et $\mathcal{C}l(k)$ son groupe des classes. Une extension de k à groupe de Galois isomorphe au groupe alterné A_4 est dite alternée. Soit E/k une extension cyclique de degré 3. On calcule la classe de Steinitz, dans $\mathcal{C}l(k)$, de toute extension alternée contenant E. Sous l'hypothèse que le nombre des classes de k est impair, on détermine l'ensemble de telles classes et on montre que c'est un sous-groupe de $\mathcal{C}l(k)$ lorsque l'anneau des entiers de E est libre sur celui de k ou 3 ne divise pas l'ordre de $\mathcal{C}l(k)$. Ensuite, on montre que l'ensemble des éléments de $\mathcal{C}l(k)$ qui sont réalisables par des classes de Steinitz d'extensions alternées (resp. alternées et modérées) est le groupe $\mathcal{C}l(k)$ tout entier.

Abstract. Let k be a number field and $\mathcal{C}l(k)$ its class group. A Galois extension of k is called alternating if its Galois group is isomorphic to the alternating group A_4. Let E/k be a cyclic extension of degree 3. We calculate the Steinitz class, in $Cl(k)$, of every alternating extension containing E. Under the assumption that the class number of k is odd, we determine the set of such classes and we prove that it is a subgroup of $\mathcal{C}l(k)$ when the ring of integers of E is free over that for k or the order of $\mathcal{C}l(k)$ is not divisible by 3. Next, we prove that the subset of $\mathcal{C}l(k)$ consisting of those classes which are realizable as the Steinitz classes of alternating (resp. tame alternating) extensions is the full group $\mathcal{C}l(k)$.

fiarfiory Godin, fioucha