Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **15** (2003), 163–178

On mean values of some zeta-functions in the critical strip

par Aleksandar Ivić

Dedicated to the memory of Robert Rankin

Résumé. Un entier $k \geq 3$ et un réel σ tel que $\frac{1}{2} < \sigma < 1$ étant fixés, on considère dans la formule asymptotique

$$\int_1^T |\zeta(\sigma + it)|^{2k} \, \mathrm{d}t = \sum_{n=1}^{\infty} d_k^2(n) n^{-2\sigma} T + R(k, \sigma; T),$$

le terme erreur $R(k, \sigma; T)$, pour lequel nous montrons de nouvelles bornes lorsque $\min(\beta_k, \sigma_k^*) < \sigma < 1$. Nous obtenons également des majorations nouvelles pour les termes erreur dans le développement des moments d'ordre deux des fonctions zeta de formes paraboliques holomorphes et des séries de Rankin-Selberg.

Abstract. For a fixed integer $k \geq 3$, and fixed $\frac{1}{2} < \sigma < 1$ we consider

$$\int_1^T |\zeta(\sigma + it)|^{2k} \, \mathrm{d}t = \sum_{n=1}^{\infty} d_k^2(n) n^{-2\sigma} T + R(k, \sigma; T),$$

where $R(k, \sigma; T) = o(T)$ $(T \to \infty)$ is the error term in the above asymptotic formula. Hitherto the sharpest bounds for $R(k, \sigma; T)$ are derived in the range $\min(\beta_k, \sigma_k^*) < \sigma < 1$. We also obtain new mean value results for the zeta-function of holomorphic cusp forms and the Rankin-Selberg series.

Aleksandar Ivić
Katedra Matematike RGF-a
Universiteta u Beogradu
Đušina 7
11000 Beograd
Serbia (Yugoslavia)
E-mail : aivic@matf.bg.ac.yu, aivic@rgf.bg.ac.yu

Manuscrit reçu le 11 septembre 2001.