Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **15** (2003), 205–222

Fundamental domains for Shimura curves

par David R. KOHEL et Helena A. VERRILL

Résumé. Nous décrivons un procédé permettant de déterminer explicitement un domaine fondamental dans le demi-plan supérieur pour une courbe de Shimura $X_0^D(N)$ associée à un ordre d'une algèbre de quaternions $A/\mathbb{Q}$. Un domaine fondamental pour $X_0^D(N)$ réalise une présentation finie du groupe des unités quaternioniennes modulo les unités du centre. Nous donnons des exemples explicites pour les courbes $X_0^6(1)$, $X_0^{15}(1)$ et $X_0^{35}(1)$. Le premier exemple est l'exemple classique d'un groupe triangulaire et le second est une version corrigée due à Michon de celui du livre [13] de Vignéras. Ces exemples sont aussi traités dans la thèse d'Alsina [1]. Le dernier exemple est nouveau et fournit un modèle des méthodes qu'il faut appliquer lorsque le groupe agit sans points elliptiques.

Abstract. We describe a process for defining and computing a fundamental domain in the upper half plane $\mathcal{H}$ of a Shimura curve $X_0^D(N)$ associated with an order in a quaternion algebra $A/\mathbf{Q}$. A fundamental domain for $X_0^D(N)$ realizes a finite presentation of the quaternion unit group, modulo units of its center. We give explicit examples of domains for the curves $X_0^6(1)$, $X_0^{15}(1)$, and $X_0^{35}(1)$. The first example is a classical example of a triangle group and the second is a corrected version of that appearing in the book of Vignéras [13], due to Michon. These examples are also treated in the thesis of Alsina [1]. The final example is new and provides a demonstration of methods to apply when the group action has no elliptic points.

David R. Kohel
School of Mathematics and Statistics
University of Sydney
Sydney, NSW 2006
Australia
E-mail : kohel@maths.usyd.edu.au

Helena A. Verrill
Department of Mathematics
Louisiana State University

Manuscrit reçu le 10 décembre 2001.

Baton Rouge, Louisiana 70803-4918
USA
E-mail : verrill@math.uni-hannover.de