Владикавказский математический журнал
2013, Том 15, Выпуск 4, С. 48–57

УДК **519.863**

КОНСТРУКТИВНЫЕ ОПИСАНИЯ n-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСВЯЗНЫХ ГРАФОВ

Р. Э. Шангин

Вводится класс n-последовательносвязных графов, рассматриваются области их применения. Приводятся основные характеристики и свойства графов рассматриваемого класса. Определяются отношения класса n-последовательносвязных графов к классам совершенных, триангулированных, полных и расщепляемых графов.

Ключевые слова: n-последовательносвязный граф, древовидная ширина, триангулированный граф, динамическое программирование, задача Вебера, квадратичная задача о назначениях.

Введение

Данная статья посвящена конструктивным описаниям n-последовательносвязных графов. В статье даются конструктивные определения n-последовательносвязного графа, а также некоторых его частных случаев: n-последовательносвязной цепи, n-последовательносвязного цикла и n-последовательносвязного дерева. Приводятся основные характеристики рассматриваемых частных случаев n-последовательносвязного графа, такие как число ребер, размер максимальной клики, хроматическое и цикломатическое число и др. Приводится ряд теорем и следствий, справедливых для графов рассматриваемого класса.

Практическая значимость n-последовательносвязных графов обусловлена рядом причин. Во-первых: структура многих производственно-технологических процессов в топливно-энергетическом, металлургическом, машиностроительном и других комплексах представляет собой n-последовательносвязный граф. Например, в работе [4] предложен точный квазиполиномиальный алгоритм для решения задачи Вебера для неориентированной n-последовательносвязной цепи и конечного дискретного множества мест размещения. Также в работе [5] предложен последовательный детерминированный алгоритм, находящий точное решение задачи Вебера для n-последовательносвязного цикла и конечного множества мест размещения. Во-вторых: структура n-сложной цепи Маркова представляет собой n-последовательносвязную цепь, вследствие чего возможно использование n-последовательносвязных цепей в построении эффективных алгоритмов для решения задач выбора оптимального поведения в системах, описываемых управляемыми марковскими процессами, когда цепь Маркова является n-сложной. В-третьих — древовидная ширина [1] некоторых частных случаев n-последовательносвязного графа равна $n+1$, вследствие чего представляется перспективным использование некоторых частных случаев n-последовательносвязного графа в построении эффективных приближенных квазиполиномиальных алгоритмов, использующих идею динамического программирования, для решения ряда NP-трудных задач, в частности задачи Вебера в дискретной постановке [2, 6, 9] и квадратичной задачи о назначениях [3].

Некоторые результаты, представленные в настоящей работе, были анонсированы в тезисах XIII Всероссийского симпозиума по прикладной и промышленной математике [5].

1. Определение и свойства n-последовательносвязной цепи

С целью сохранения целостности изложения вначале определим класс n-последовательносвязных цепей. Пусть $G = (J, E)$ — неориентированный граф без петель и кратных ребер с множеством вершин J и множеством ребер E. Пусть $N(j)$ — множество вершин графа $G = (J, E)$, смежных с вершиной j. Пусть $\varphi(G)$ — плотность графа G. Далее будем предполагать, что на множестве вершин J введена нумерация и каждая вершина отождествлена с присвоенным ей номером.

Определение 1. Связный граф $G = (J, E)$ называется *n-последовательносвязной цепью* (*n-sequentially connected chain*), если на множестве его вершин можно задать такую нумерацию, что для любой вершины графа G с номером j, имеет место равенство

$$N(j) = \Big\{(j-n), \dots, (j-1), (j+1), \dots, (j+n)\Big\} \cap \Big\{1, 2, 3, \dots, |J|\Big\} : n = \varphi(G) - 1.$$

На рис. 1 для различных n представлены n-последовательносвязные цепи, т. е. 1-последовательносвязная цепь представляет собой простую цепь, так как для любых j верно неравенство $|N(j)| \leqslant 2$. Заметим, что каждая вершина такой цепи связана не более чем с одной предшествующей вершиной, где под предшествующей вершиной понимается вершина с меньшим номером. В 2-, 3-последовательносвязной цепи каждая вершина связана не более чем с двумя (тремя) предшествующими вершинами соответственно. Имеет место следующее конструктивное определение n-последовательносвязной цепи.

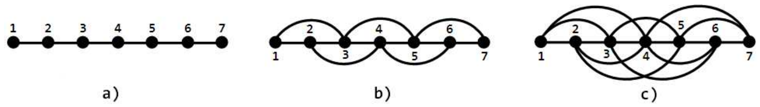

Рис. 1. Неориентированные n-последовательносвязные цепи: a) 1-последовательносвязная цепь; b) 2-последовательносвязная цепь; c) 3-последовательносвязная цепь.

Определение 2. Связный неориентированный граф G называется *n-последовательносвязной цепью*, если его построение возможно осуществить рекурсивно по правилам: полный граф из $n+1$ вершин есть n-последовательносвязная цепь G; n-последовательносвязная цепь с $i+1$ вершинами получается из n-последовательносвязной цепи G с i вершинами путем добавления в нее новой вершины с номером $i+1$ и n ребер таким образом, чтобы новая вершина стала смежной со всеми вершинами, номера которых принадлежат множеству $\{(i+1)-n, (i+2)-n, \dots, i\}$.

Приведем характеристики n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$, непосредственно следующие из определений 1–2.

1. Число ребер графа G равно:

$$|E| = (|J| - n) \cdot n + \sum_{i=1}^{n} (n-i) = (|J| - n) \cdot n + \frac{n^2 - n}{2} = n \cdot \left(|J| - \binom{n+1}{2}\right).$$

2. Размер максимальной клики графа G равен $n+1$, причем, если граф G отличен от полного, то в нем существует $|J|-n$ таких максимальных клик.

3. Если граф G отличен от полного, то он имеет 2 симплициальные вершины, в противном случае число симплициальных вершин равно $n+1$.

4. Число вершинной связности графа G равно n, т. е. любая n-последовательно-связная цепь является n-связным графом.

5. Хроматическое число графа G равно $n+1$.

6. Цикломатическое число $\lambda(G)$ графа G равно:

$$\lambda(G) = n \cdot \left(|J| - \left(\frac{n+1}{2}\right)\right) - |J| + 1 = \left(|J| - \frac{n}{2} - 1\right) \cdot (n-1).$$

Рассмотрим некоторые свойства n-последовательносвязной цепи $G=(J,E)$.

Теорема 1. *В n-последовательносвязной цепи $G=(J,E)$ ни один из порожденных подграфов не является простым циклом длины $l \geqslant 4$.*

$\lhd$ В пронумерованной n-последовательносвязной цепи $G=(J,E)$ рассмотрим две цепи $L_1=(J_{L1},E_{L1})$ и $L_2=(J_{L2},E_{L2})$, номера вершин которых принадлежат множествам N_{L1} и N_{L2} соответственно, причем

$$N_{L1} = \left\{j, j+k_1, j+k_1+k_2, \ldots, j+\sum_{i=1}^{m} k_i\right\},$$

где $j \in \{1,2,\ldots,|J_{L1}|\}$ и для любых $i=1,2,\ldots,m$ целые числа $k_i \in \{1,2,\ldots,n\}$, при том, что $j+\sum_{i=1}^{m} k_i \leqslant |J_{L1}|$;

$$N_{L2} = \left\{j'', j''-h_1, j''-h_1-h_2, \ldots, j''-\sum_{t=1}^{w} h_t, j\right\},$$

где $j'' = j+\sum_{i=1}^{m} k_i$ и для любых $t=1,2,\ldots,w$ целые числа $h_t \in \{1,2,\ldots,n\}$, при том, что $j''-\sum_{t=1}^{w} h_t > j$. Пусть $L=L_1 \cup L_2$ — простой цикл длины $m+w+1 \geqslant 4$.

Пусть некоторая вершина цепи L_2 с номером $j''-\sum_{t=1}^{\varpi} h_t$, где $\varpi \in \{1,2,\ldots,w\}$, находится «между» вершинами цепи L_1 с номерами $j+\sum_{i=1}^{\rho} k_i$ и $j+\sum_{i=1}^{\rho+1} k_i$, где $\rho \in \{1,2,\ldots,m\}$ и $k_{\rho+1} \geqslant 2$. Очевидно, что

$$j+\sum_{i=1}^{\rho} k_i < j''-\sum_{t=1}^{\varpi} h_t < j+\sum_{i=1}^{\rho+1} k_i.$$

Для такой вершины цепи L_2 с номером $j''-\sum_{t=1}^{\varpi} h_t$ найдется хотя бы одно ребро (хорда) $(j+\sum_{i=1}^{\rho} k_i, j''-\sum_{t=1}^{\varpi} h_t) \in E$ либо $(j''-\sum_{t=1}^{\varpi} h_t, j+\sum_{i=1}^{\rho+1} k_i) \in E$, которое не принадлежит множествам ребер цепей L_1 и L_2, так как цикл $L=L_1 \cup L_2$ по определению простой и

$$(\forall\, j \in \{1,2,\ldots,|J|\}) \quad N(j) \subseteq \Big\{(j-n),\ldots,(j-1),(j+1),\ldots,(j+n)\Big\},$$

и для любых $i \in \{1,2,\ldots,m\}$ и $t \in \{1,2,\ldots,w\}$ справедливо неравенство $1 \leqslant k_i, h_t \leqslant n$. Исходя из этого, в графе G ни один из порожденных подграфов не является простым циклом длины $l \geqslant 4$. $\rhd$

Использованные в доказательстве теоремы 1 простые цепи L_1 и L_2, а так же хорды, соединяющие несмежные вершины простого цикла L в 3-последовательносвязной цепи, представлены на рис. 2.

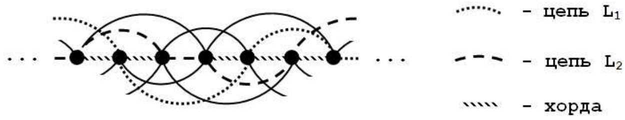

Рис. 2. Простые цепи L_1 и L_2 в 3-последовательносвязной цепи.

Исходя из теоремы 1, n-последовательносвязная цепь при любых значениях параметра n является триангулированным (хордальным) графом и представляет собой частный случай k-дерева. Понятия хордального графа и k-дерева приведены, например, в работах [7–8] и [1] соответственно. Несмотря на справедливость теоремы 1, имеют место следующие свойства n-последовательносвязной цепи.

Теорема 2. *В n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$ при $n > 2$ с количеством вершин $|J| \geqslant 2n+1$ существует порожденный подграф, являющийся циклом длины $l \geqslant 4$.*

$\lhd$ Для доказательства теоремы 2 необходимо и достаточно найти в графе G такой цикл L длины $l \geqslant 4$, для которого в графе G не существует ребра, соединяющего две несмежные вершины цикла L.

Пусть $L = (J_L, E_L) : |E_L| \geqslant 4$ — цикл в графе G, номера вершин которого принадлежат множеству N_L, причем

$$N_L = \Big\{j, j+n, j+2n, \ldots, j+kn, j+kn-1, j+(k-1)n, j+(k-1)n-1, j+(k-2)n, \ldots, j\Big\},$$

при условии, что целое число $k = 2, 3, \ldots$, при том, что $j + kn \leqslant |J_L|$.

Очевидно, что для любой вершины $l \in J_L$ не существует таких ребер $(l, m) \in E : m \in J_L$, которые бы не принадлежали множеству ребер E_L цикла L, так как известно, что для любых $j \in \{1, 2, \ldots, |J|\}$ множество $N(j) \subseteq \{(j-n), \ldots, (j-1), (j+1), \ldots, (j+n)\}$. $\rhd$

Использованный в доказательстве теоремы 2 цикл L в n-последовательносвязной цепи при $n = 3, 4$ представлен на рис. 3.

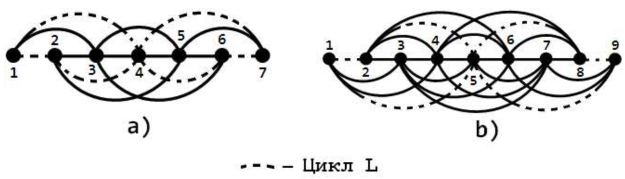

Рис. 3. Цикл L: a) в 3-последовательносвязной цепи; b) в 4-последовательносвязной цепи.

Теорема 3. *В любой n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$ при $n \geqslant 4$ существует порожденный подграф, являющийся циклом длины $l \geqslant 4$.*

$\lhd$ Положим, что $A = (J_A, E_A)$ — подграф n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$ при $n \geqslant 4$, индуцированный кликой размера $k + 1$, где $4 \leqslant k \leqslant n : k(\operatorname{mod} 2) \equiv 2$.

Так как степени всех вершин такой клики J_A четны, то подграф A является эйлеровым графом, а значит найдется такой цикл L, который включает в себя все вершины и ребра порожденного графа $A \in G$, т. е. $L = A$.

Исходя из этого, в графе G всегда существует порожденный подграф L, являющийся циклом длины $l \geqslant 4$. $\rhd$

Несмотря на справедливость теорем 2 и 3, имеет место следующая теорема.

Теорема 4. *В n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$ при $n = 2$ ни один из порожденных подграфов не является циклом длины $l \geqslant 4$.*

$\lhd$ Пусть $L = (J_L, E_L) : |E_L| \geqslant 4$ — цикл в графе G, где $J_L = \{j, i_1, i_2, \ldots, i_t, j\} : j \in J$.

Рассмотрим два случая цикла L: первый случай — вершина i_1 есть вершина с номером $j+1$, второй случай — вершина i_1 есть вершина с номером $j+2$.

Рассмотрим первый вариант первого случая цикла L, когда

$$J_L = \Big\{j, j+1, i_2, \ldots, i_r, j', j+1, j-1, i_{r+4}, \ldots, i_t, j\Big\} : j' \in \{j+2, j+3\}.$$

В данном варианте при любых $j' \in \{j+2, j+3\}$ в графе G имеется ребро $(j, j+2) \in E$, соединяющее две несмежные вершины цикла L (рис. 4, a–b), так как вершина с номером $j+2$ при любых j содержится в цикле L и цикл заканчивается в вершине с номером j. В дальнейшем такое ребро будем называть хордой.

Во втором варианте первого случая цикла L вершина $i_t = j+2$. Здесь, в свою очередь, возможны два случая: первый, когда $i_2 = j+3$ — с хордой $(j+1, j+2) \in E$, так как для любых $i_{t-1} \in \{j+3, j+4\}$ ребро $(j+1, j+2) \in E$ не принадлежит циклу L (рис. 4, c), второй, когда $i_2 = j+2$ и $i_3 \in \{j+3, j+4\}$ — с хордой $(j+1, j+3) \in E$, так как при $i_3 = j+3$ вершина $i_{t-1} = j+4$, а при $i_3 = j+4$ вершина $i_{t-1} = j+3$ и во всех случаях ребро $(j+1, j+3) \in E$ не принадлежит циклу L (рис. 4, d–e).

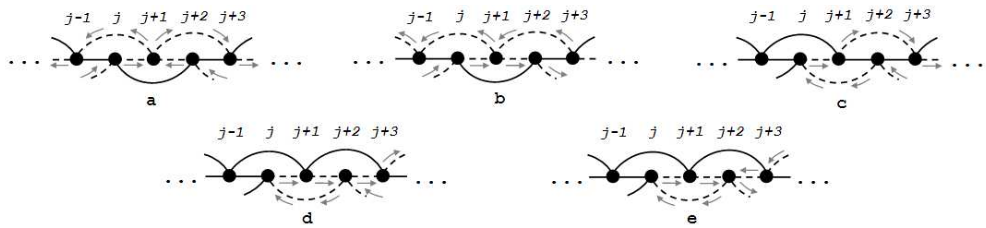

Рис. 4. Первый вариант построения цикла L в 2-последовательносвязной цепи.

Рассмотрим первый вариант второго случая цикла L, когда

$$J_L = \Big\{j, j+2, i_2, \ldots, i_r, j+3, j+1, j', i_{r+4}, \ldots, i_t, j\Big\} : j' \in \{j, j-1\}.$$

В данном варианте при $j' = j-1$ в графе G содержатся две хорды $(j, j+1) \in E$ и $(j+1, j+2) \in E$ (рис. 5, a), а при $j' = j$ — хорда $(j+1, j+2) \in E$ (рис. 5, b).

Во втором варианте второго случая цикла L, когда

$$J_L = \Big\{j, j+2, i_2, \ldots, i_r, j+2, j+1, j', i_{r+4}, \ldots, i_t, j\Big\} : j' \in \{j, j-1\},$$

при $j' = j-1$ в графе G содержится хорда $(j, j+1) \in E$ (рис. 5, c), а при $j' = j$, когда $i_2 \in \{j+3, j+4\}$ — хорда $(j+1, j+3) \in E$ (рис. 5, d–e).

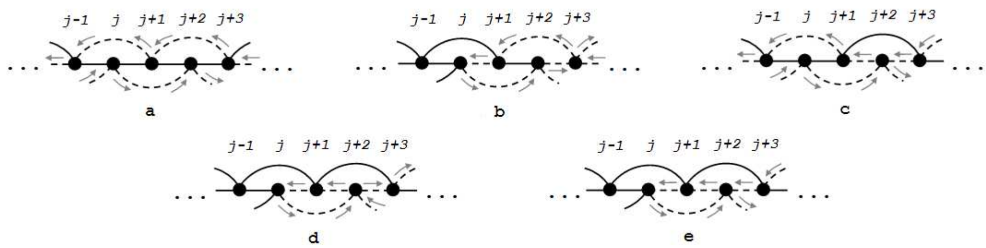

Рис. 5. Второй вариант построения цикла L в 2-последовательносвязной цепи.

Так как цикл L во всех возможных случаях содержит хорду, то в n-последовательносвязной цепи $G = (J, E)$ при $n = 2$ ни один из порожденных подграфов не является циклом длины $l \geqslant 4$. $\triangleright$

Так как согласно теореме 1 любая n-последовательносвязная цепь является триангулированным графом, свойства n-последовательносвязной цепи повторяют свойства хордального графа. В частности, справедливы:

Свойство 1. Любая n-последовательносвязная цепь является совершенным графом.

Свойство 2. Любое разделяющее множество вершин n-последовательносвязной цепи, минимальное относительно включения, есть клика.

Свойство 3. Если n-последовательносвязная цепь отлична от полного графа, то в ней имеется две симплициальные вершины.

Свойство 4. Каждая часть n-последовательносвязной цепи относительно разделяющего множества вершин, являющегося кликой — совершенный граф.

Свойство 5. Любая n-последовательносвязная цепь является графом клик, причем древовидная ширина n-последовательносвязной цепи равна $n + 1$.

2. Конструктивное определение n-последовательносвязного графа

Определим операцию *кликовой склейки* вершин графа. Пусть M — граф, компонентами связности которого являются n-последовательносвязные цепи, причем число компонент связности равно l. Пусть $K(n) = \{A_i\}$ — подмножество множества всех клик графа M, имеющих размер n. Пусть $\Psi = \{\Psi_q : 1 \leqslant q < |K(n)|\}$ — семейство непересекающихся подмножеств множества $K(n)$, представляющее собой разбиение множества $K(n)$.

Каждой вершине с номером j, принадлежащей клике $A_i \in K(n)$, присвоим индекс $k = 1, 2, \ldots, n$ такой, что

$$(\forall\, j = 1, 2, 3, \ldots) \quad k = j - j^*_{A_i} + 1 : \, j^*_{A_i} = \min_{j \in A_i}\{j\}.$$

Построим связный граф M^* путем отождествления вершин клик $A_i \in K(n)$ с равными индексами, принадлежащих одному элементу Ψ_q семейства Ψ. Будем говорить, что построенный граф M^* получается путем *кликовой склейки* вершин графа M по множеству клик $K(n)$.

Определение 3. Связный граф M^*, полученный из графа M, представляющего собой конечное множество непересекающихся n-последовательносвязных цепей, путем кликовой склейки вершин графа M по множеству клик $K(n) \in M$, называется *n-последовательносвязным графом* (*n-sequentially connected graph*).

На рис. 6 представлены примеры построения n-последовательносвязных графов.

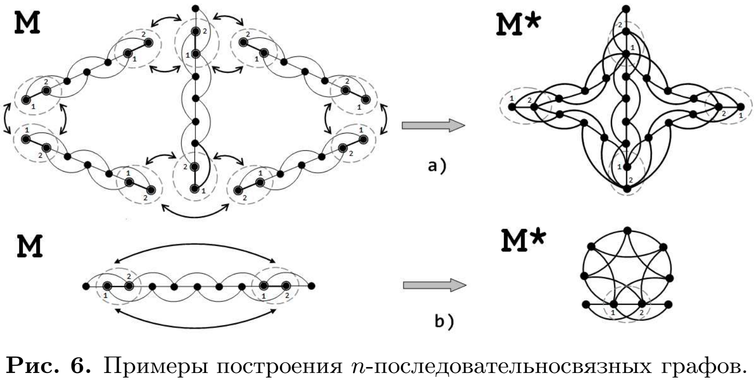

Рис. 6. Примеры построения n-последовательносвязных графов.

Под литерой *a* изображен вариант построения 2-последовательносвязного графа, путем кликовой склейки вершин несвязного графа, представляющего собой 5 непересекающихся 2-последовательносвязных цепей. Под литерой *b* представлен пример построения 2-последовательносвязного графа, с помощью операции кликовой склейки вершин единственной 2-последовательносвязной цепи.

3. Определение и свойства n-последовательносвязного цикла

Дадим конструктивное определение n-последовательносвязного цикла.

Определение 4. Связный граф $G = (J, E)$, где $|J| \geqslant n + 1$, построенный путем кликовой склейки вершин единственной n-последовательносвязной цепи по множеству клик $K(n) = \{A_1, A_2\}$, где A_1 — клика, номера вершин которой принадлежат множеству $\{1, 2, \ldots, n\}$, а A_2 — клика с номерами вершин из множества $\{|J| - n + 1, \ldots, |J|\}$, называется *$n$-последовательносвязным циклом* (*n-sequentially connected cycle*).

Для полноты понимания специфики свойств n-последовательносвязного цикла, приведем следующее его определение.

Определение 5. Связный граф $G = (J, E)$ называется *n-последовательносвязным циклом*, если на множестве его вершин можно задать такую нумерацию, что для любой вершины графа G с номером j справедливо равенство

$$N(j) = \Big\{(j - n) \bmod |J|, \ldots, (j - 1) \bmod |J|, (j + 1) \bmod |J|, \ldots, (j + n) \bmod |J|\Big\} : \quad n = \varphi(G) - 1.$$

На рис. 7 для различных n представлены n-последовательносвязные циклы, а так же примеры их построения.

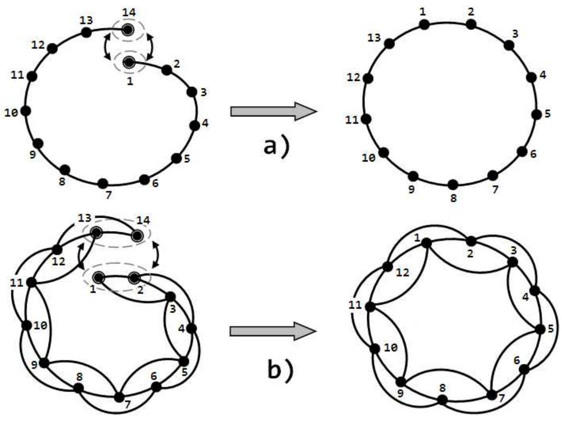

Рис. 7. Неориентированные n-последовательносвязные циклы:
a) 1-последовательносвязный цикл; b) 2-последовательносвязный цикл.

Таким образом, 1-последовательносвязный цикл представляет собой обыкновенный циклический граф, так как для любых j справедливо равенство $|N(j)| = 2$, при том, что каждая вершина j такого графа связана ровно с одной предшествующей вершиной, имеющей номер $(j - 1) \bmod |J|$. В 2-последовательносвязной цепи каждая вершина j связана ровно с двумя предшествующими вершинами, имеющими номера $(j-1) \bmod |J|$ и $(j - 2) \bmod |J|$.

Приведем характеристики n-последовательносвязного цикла $G = (J, E)$, непосредственно следующие из определений 4–5.

1. Число ребер графа G равно $|E| = n \cdot |J|$.

2. Размер максимальной клики графа G равен $n + 1$.

3. Если граф G отличен от полного, то в нем не существует симплициальных вершин, в противном случае в графе G количество симплициальных вершин равно $n + 1$.

Очевидно, что n-последовательносвязный цикл не является хордальным графом. Так как n-последовательносвязный цикл образован путем кликовой склейки вершин n-последовательносвязной цепи, то справедливы следствия, вытекающие из теорем 1–4.

Следствие 1. *В графе G', полученном удалением из n-последовательносвязного цикла G некоторой его клики размера n, ни один из порожденных подграфов не является простым циклом длины $l \geqslant 4$.*

Следствие 2. *В графе G', полученном удалением из n-последовательносвязного цикла $G = (J, E) : |J| \geqslant 3n + 1$ при $n > 2$ некоторой его клики размера n, существует порожденный подграф, являющийся циклом длины $l \geqslant 4$.*

Следствие 3. *В графе G', полученном удалением из n-последовательносвязного цикла G при $n = 2$ некоторой его клики размера n, ни один из порожденных подграфов не является циклом длины $l \geqslant 4$.*

4. Определение и свойства n-последовательносвязного дерева

Дадим конструктивное определение n-последовательносвязного дерева.

Определение 6. Связный граф $M^* = (J^*, E^*)$, с множеством вершин J^* и множеством ребер E^*, построенный путем такой кликовой склейки вершин графа M по множеству клик $K(n)$, что справедливо равенство

$$|E^*| = n \cdot |J^*| - \binom{n+1}{2} \cdot n,$$

называется *n-последовательносвязным деревом* (n-*sequentially connected tree*).

На рис. 8 для различных n представлены n-последовательносвязные деревья, а так же примеры их построения.

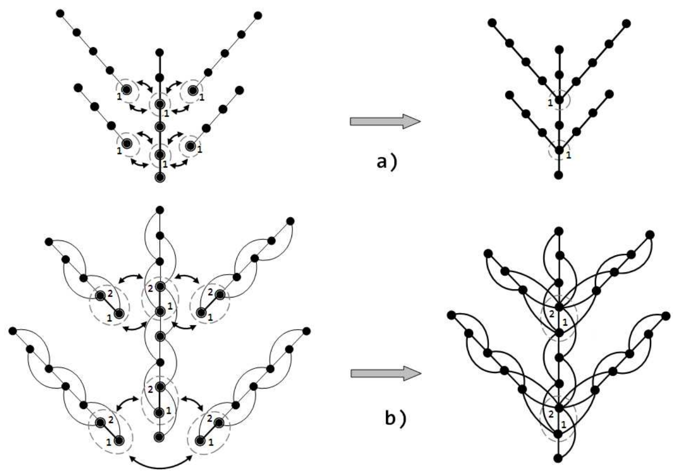

Рис. 8. Неориентированные n-последовательносвязные деревья.

На рис. 8 под литерой a изображен вариант построения 1-последовательносвязного дерева, путем кликовой склейки вершин несвязного графа, представляющего собой объединение пяти непересекающихся 1-последовательносвязных цепей. Отметим, что 1-последовательносвязное дерево представляет собой связный ациклический граф, т. е. обыкновенное дерево. Под литерой b представлен пример построения 2-последовательносвязного дерева, путем кликовой склейки вершин несвязного графа, представляющего собой объединение пяти непересекающихся 2-последовательносвязных цепей.

Имеет место следующее определение n-последовательносвязного дерева.

Определение 7. Связный неориентированный граф называется *n-последовательносвязным деревом*, если его построение возможно осуществить рекурсивно по правилам: полный граф из $n+1$ вершин есть n-последовательносвязное дерево; n-последовательносвязное дерево с $i+1$ вершинами получается из n-последовательносвязного дерева с i вершинами путем добавления в него вершины j и n ребер таким образом, чтобы j стала смежной со всеми вершинами некоторой клики размера n.

Из определений 2 и 7 следует, что n-последовательносвязное дерево, также как и n-последовательносвязная цепь являются k-деревьями. Приведем характеристики n-последовательносвязного дерева $G = (J, E)$.

1. Число ребер графа G равно:

$$|E| = n \cdot |J| - \binom{n+1}{2} \cdot n.$$

2. Размер максимальной клики графа G равен $n+1$.
3. Хроматическое число графа G равно $n+1$.

Справедливы

Следствие 4. *В n-последовательносвязном дереве ни один из порожденных подграфов не является простым циклом длины $l \geqslant 4$.*

Следствие 5. *В n-последовательносвязном дереве при $n \geqslant 4$ существует порожденный подграф, являющийся циклом длины $l \geqslant 4$.*

Следствие 6. *В n-последовательносвязном дереве при $n = 2$ ни один из порожденных подграфов не является циклом длины $l \geqslant 4$.*

Отметим, что справедливость данных следствий, вытекает из особенностей построения n-последовательносвязного дерева и теорем 1–4.

Литература

1. *Быкова В. В.* Вычислительные аспекты древовидной ширины графа // Прикладная дискретная математика.—2011.—№ 3(13).—С. 65–79.
2. *Панюков А. В., Пельцвергер Б. Ф., Шафир А. Ю.* Оптимальное размещение точек ветвления транспортной сети на цифровой модели местности // Автоматика и телемеханика.—1990.—№ 9.—С. 153–162.
3. *Сергеев С. И.* Квадратичная задача о назначениях I // Автоматика и телемеханика.—1999.—№ 8.—С. 127–147.
4. *Шангин Р. Э.* Детерминированный алгоритм для решения задачи Вебера для n-последовательносвязной цепи // XIII Всероссийская конф. молодых ученых по мат. моделированию и информационным технологиям (Новосибирск, 15–17 октября 2012 г.).—URL: http://conf.nsc.ru/ym2012/ru/reportview/137128.pdf (дата обращения 15.10.2012).
5. *Шангин Р. Э.* Квазиполиномиальный алгоритм для решения задачи Вебера для n-последовательносвязного цикла // Обозрение прикладной и промышленной математики.—2012.—Т. 19, вып. 4.—С. 601–603.

6. *Шангин Р. Э.* Исследование эффективности приближенных алгоритмов решения одного частного случая задачи Вебера // Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО.—2012.—№ 1.—С. 163–169.
7. *Dirac G. A.* On rigid circuit graphs // Abhandlungen aus dem Math. Seminar der Universität Hamburg.—1961.—Vol. 25.—P. 71–76.
8. *McKee T. A.* On the chordality of a graph // J. of Graph Theory.—1993.—Vol. 17.—P. 221–232.
9. *Panyukov A. V., Pelzwerge B. V.* Polynomial algorithms to finite veber problem for a tree network // J. of Comp. and Appl. Math.—1991.—Vol. 35.—P. 291–296.

Статья поступила 10 декабря 2012 г.

Шангин Роман Эдуардович
Южно-Уральский государственный университет,
аспирант кафедры экономико-математических методов и статистики
РОССИЯ, 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76
E-mail: `shanginre@gmail.com`

CONSTRUCTIVE DESCRIPTIONS OF n-SEQUENTIALLY CONNECTED GRAPHS

Shangin R. E.

The class of nonoriented n-sequentially connected graphs is introduced and some applications are considered. The main characteristics and properties of n-sequentially connected chains are given. The relations of the class of n-sequentially connected chains to perfect, triangulated, composite and splittable classes of graphs are determined.

Key words: n-sequentially connected graph, treewidth of a graph, triangulated graph, dynamic programming, Weber problem, quadratic assignment problem.