Lecture about Jean-Christophe Yoccoz [1]

Jean-Christophe Yoccoz *gilt als der hervorragendste Vertreter der Theorie der dynamischen Systeme und erhielt die Fields-Medaille für seine großartigen Leistungen auf diesem Gebiet. Die Theorie hat eine lange Vorgeschichte, welche zurückreicht zu den Arbeiten von H. Poincaré über Himmelsmechanik von vor über 100 Jahren. Die Frage nach der Stabilität des Planetensystems führte hier zum (immer noch offenen) sog. Problem der „kleinen Nenner“. Vor etwa fünfzig Jahren wurden die zugehörigen mathematischen Schwierigkeiten von C.L. Siegel isoliert; dies führte zu einem bestimmten Stabilitätsproblem. Siegel selbst hatte bereits ein überraschendes Stabilitätskriterium angegeben. Eine der hervorragenden Leistungen von Yoccoz ist es, durch Angabe optimaler Bedingungen für diese Theorie das Stabilitätsproblem abschließend beantwortet zu haben. Besonders bemerkenswert sind dabei seine Beweismethoden, die auf höchst originelle Weise Ideen und Konzepte aus Analysis und Geometrie mit Techniken kombinieren, welche an Renormalisierung in der mathematischen Physik erinnern.*
Auszug aus der Laudatio von **Adrien Douady**.

Jean-Christophe Yoccoz, ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure où il a été reçu premier en 1975, (également reçu premier á l'Ecole Polytechnique la même année), premier ex-aequo à l'agrégation de Mathématiques en 1977, est aujourd'hui à 38 ans Professeur à l'Université de Paris-Sud (Orsay), Membre de l'Institut Universitaire de France, membre de l'URA "Topologie et Dynamique" du CNRS à Orsay.

On peut le considérer comme le plus brillant spécialiste de la théorie des Systèmes Dynamiques. Cette théorie consiste à étudier l'évolution à long terme d'un système dont on connaît la loi d'évolution élémentaire: celle qui décrit comment se modifie l'état du système d'un instant donné à l'instant suivant. Il s'agit donc de réitérer un grand nombre de fois l'opération qui décrit l'évolution élémentaire.

C'est pour étudier la stabilité du Système Solaire pour Henri Poincaré a fondé cette théorie au tournant du siècle. Les lois de Kepler, qui prévoient

[1]This document has been reproduced from DMV-Mitteilungen 4/94 with friendly permission from Birkhaeuser Verlag

que les planètes décrivent des orbites elliptiques autour du Soleil, négligent les perturbation dues à l'attraction des planètes les unes sur les autres. Ces perturbations font dériver lentement des paramètres des orbites, et la question était—est toujours—de savoir si cette dérive a un effet limite, ou si elle pourrait amener en quelques milliards d'années le système à éjecter une planète ou á la faire tomber dans le Soleil.

Poincaré a decouvert des phénomènes fort compliqués qui interviennent même pour des lois élémentaires très simples. Ceci a une portée tr'es générale, et la théorie peut s'appliquer aux domaines les plus variés: Mécanique, Chimie, Biologie, Ecologie ... tous les domaines où il y a un systéme qui évolue.

Depuis Poincaré, de nombreux Mathématiciens ont développé la théorie, dégageant des propriétés permanentes dans des situations très générales. Ils ont aussi fait des études très fines sur des exemples à la fois simples et typiques, où les phénomènes généraux se produisent mais où les descriptions explicites peuvent être poussées très loin. C'est le cas de l'itération des Polynômes Complexes, qui donne des objects fractals—Ensembles de Julia et de Mandelbrot—dont on peut voir les très belles images un peu partout.

Fatou, Julia, Kolmogoroff, Siegel, Arnold, Smale, Herman, Palis, Yoccoz et bien d'autres ont participé à ce gigantesque effort, passant comme toujours dans la recherche beaucoup de temps à explorer des impasses avant d'obtenir des résultats remarquables. Ils ont par exemple établi des propriétés de stabilité—Stabilité Dynamique comme celle qu'on essaye d'établir pour le Système Solaire, ou Stabilité Structurelle, c'est-à-dire permanence des propriétés globales de l'ensemble des mouvements du système quand on fait varier les conditions.

Yoccoz, un élève de Herman, s'est vite imposé comme un leader dans ce domaine, démontrant entre autres des critères qui donnent les limites précises de validité des certains théorèmes de stabilité. Il allie une vision géométrique extrêmenent fine, une puissance de calcul impressionnante en Analyse et un sens pénétrant de la combinatoire qui lui vient peut-être du jeu d'échecs où il excelle. Il passe parfois des demi-journées à faire des "expériences" mathématiques—à la main plutôt que sur ordinateur: Quand je fais une expérience, dit-il, ce n'est pas tellement le résultat qui m'interésse, c'est plutôt la façon dont elle se déroule, qui jette souvent un éclairage sur ce qui se passe vraiment. Il a mis au point une méthode d'étude combinatoire des ensembles de Julia et de l'ensemble de Mandelbrot—ce qu'on appelle les "puzzles de Yoccoz"—qui en permet une étude approfondie.